Министерство образования Тульской области
Государственное профессиональное образовательное учреждение
Тульской области
«Донской политехнический колледж»

МЕТОДИЧЕСКАЯ РАЗРАБОТКА ЗАНЯТИЯ

по дисциплине общеобразовательного цикла

ОУД.04 Математика

на тему «Применение бинома Ньютона»

2019 г.

Автор:

М.В. Кузнецова, преподаватель ГПОУ ТО «ДПК»

Рецензенты:

О.А. Евтехова, зам.директора по У и НМР

О.В. Ишутина, зав. методическим кабинетом

Е.Н. Шаталова, методист

Методическая разработка представляет собой подробный план-конспект комбинированного урока по математике на тему «Применение бинома Ньютона».

Данная методическая разработка может быть полезна преподавателям математики.

СОГЛАСОВАНО

на заседании предметной (цикловой) комиссии
общеобразовательных и общепрофессиональных
дисциплин № 1
«10» 01. 2019 г.

Председатель ПЦК Е.И. Кусова

СОДЕРЖАНИЕ

Методическая разработка занятия

Тема: «Применение бинома Ньютона».

Цели и задачи занятия

Образовательные:

- Сформировать навык применения бинома Ньютона при решении математических задач.

Развивающие:

- Продолжить расширение кругозора студентов.
- Продолжить развитие познавательной активности обучающихся, их интереса к дисциплине.
- Продолжить развитие индивидуальных способностей обучающихся и их потребности к самообразованию.
- Продолжить развитие умения обучающихся сравнивать и анализировать полученную информацию.

Воспитательные:

- Продолжить воспитание чувства ответственности, культуры общения, культуры диалога, внимательности и аккуратности.

Тип занятия: комбинированный урок.

Форма организации обучения на уроке: фронтальная, групповая, индивидуальная.

Методы обучения: объяснительно-иллюстративный, проблемное обучение, ИКТ.

Методы контроля: фронтальный опрос группы, индивидуальный устный опрос, оценка результатов самостоятельной аудиторной работы студентов.

Междисциплинарные связи: литература.

Оснащение занятия:

1. Технические средства обучения: мультимедиа проектор, компьютер с выходом в Интернет.
2. Наглядные пособия: презентации к занятию.
3. Учебники, раздаточный материал, конспект.

Необходимая литература для преподавателя:

Алимов А.Ш. Алгебра и начала математического анализа: учебник (базовый уровень) 18-е изд. - М.: Просвещение, 2018. - 464 с.

Продолжительность занятия: 90 минут.

“Тысячи неразгаданных тайн таит в себе наука,
и без вас, без вашей молодости, смелости, энтузиазма,
они не будут разгаданы. Наука ждёт вас, друзья".

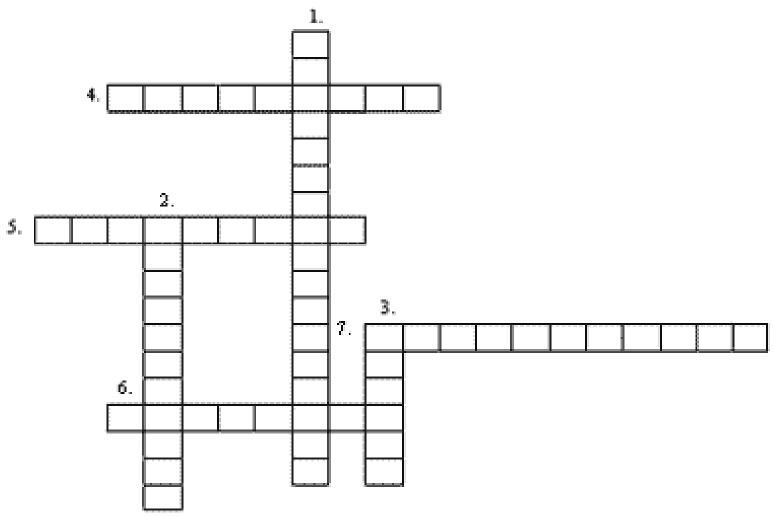
Академик А.С. Несмеянов.

Структура и регламент занятия

I. Организационный момент (5 мин.)
II. Актуализация знаний (10 мин.)
III. Изучение нового материала (30 мин.)
IV. Первичное закрепление, подведение итогов (20 мин.)
V. Заключение (20 мин.)
VI. Подведение итогов. Рефлексия (5 мин.)

Ход занятия

№ п/п	Этап и содержание урока	Методическое обоснование
1	**Организационный момент** Здравствуйте, уважаемые студенты. Сегодня на занятии отсутствуют: перечислить фамилию и имя. **Сообщение темы, целей и задач урока** Сегодня на занятии необходимо повторить и обобщить пройденный материал. Полученные знания и навыки в применении новых формул закрепим на решении математических задач. В течение занятия работать будем фронтально, по группам и индивидуально, затем подведём итог занятия, и вы получите домашнее задание.	Проверка готовности группы к занятию.

2	**Актуализация знаний: проверка домашнего задания, устная работа** Напомню домашнее задание: выучить определения и формулы, решить № 1043, 1059, 1072, 1080 (нечетные) из учебника Алгебра и начала математического анализа. 10-11 классы. Сейчас мы проверим насколько хорошо вы подготовились к уроку. **I. Работа по заданию преподавателя (ответы на вопросы, решение примеров, разгадывание кроссворда):** 1) Что такое комбинаторика? 2) Какие виды соединений вам известны? 3) Запишите формулы, которые изучались на прошлом занятии и с помощью них решите примеры: $5!=$____________________ (120), $A_5^2 =$____________________ (20), $C_{11}^7=$____________________ (330) Студенты делятся на три группы №1, №2, №3 и отгадывают кроссворд. Разгадайте кроссворд. 1. Свойство умножения, используемое при умножении одночлена на многочлен. 2. Способ разложения многочлена на множители. 3. Значение переменной, при котором уравнение обращается в верное равенство. 4. Равенство, верное при любых значениях переменных. 5. Выражение, представляющее собой сумму одночленов. 6. Слагаемые, имеющие одну и ту же буквенную часть. 7. Числовой множитель у одночленов. 	Проверка усвоения пройденного материала. студент отвечает, преподаватель оценивает студент отвечает, преподаватель оценивает Работа с кроссвордом позволяет активизировать внимание обучающихся.

	Ответы: 1. Распределительное 2. Группировки 3. Корень 4. Тождество 5. Многочлен 6. Подобные 7. Коэффициент Молодцы, вспомнили некоторые определения из курса алгебры 7 класса, ещё вернемся к ним немного позже. А сейчас на основе кроссворда давайте подумаем, какая же будет тема сегодняшнего занятия, в этом нам поможет кроссворд 	Педагог проверяет ответы обучающихся и выставляет оценки каждой группе.
3	**Изучение нового материала** Итак, бином, что же такое бином, давайте найдём определение в параграфе 64 и законспектируем его. Бином – двучлен (понятие из алгебры 7го класса) или сумма двух слагаемых (понятие из математики 5-6 класса). Кто же явился родоначальником этого понятия, об этом нам расскажет студент: **Формула бинома Ньютона. Как возвести в степень n сумму двух слагаемых?** Исаак Ньютон был поистине Великим физиком своего времени, а может быть и величайшим физиком всех времен и народов, но мы не будем судить об этом. Однако следует заметить, что Ньютон был еще и прекрасным математиком. Кстати, формула бинома Ньютона была выгравирована на надгробии его могилы, как самое великое открытие современности того времени! Кроме формулы бинома Ньютона, со школьной скамьи всем известна формула Ньютона-Лейбница. Таким образом, великий Ньютон вместе с Лейбницем заложили основы дифференциального и интегрального исчисления. Основы теории пределов и строгий подход в математическом анализе был начат и развивался в трудах таких гениев как Огюстен Коши, Георг Кантор, Карл Вейерштрасс. Нельзя, конечно, обойти стороной имя Леонарда Эйлера.	Объяснение нового материала по теме «Применение бинома Ньютона». Формирование навыков применения бинома Ньютона. Выступление обучающегося с сообщением.

	Но мы отвлеклись здесь от основной линии рассуждений. Ведь Формула бинома Ньютона относится к алгебре, а также к ветви математики, называемой комбинаторикой! Вы спросите: а почему, собственно, формула бинома, и что такое бином вообще. Здесь употребляется алгебраическая терминология: в алгебре есть понятие многочлена. Многочлен это Полином - другими словами - сумма произвольного числа слагаемых называется полином. Например $x_1 + x_2 + x_3 + ... + x_n$ - это полином! А сумма двух слагаемых называется Бином! То есть $x_1 + x_2$ - это бином, или например $x+y$ - тоже бином. Здесь х и у предполагаются неизвестными переменными величинами! Но формула бинома Ньютона на самом деле это не просто формула бинома (иначе, что это за формула такая, которая состоит из суммы двух произвольных слагаемых?). Ничего, собственно, примечательного и ничего содержательного! Ньютон был гораздо умнее, чем изобретатель простой суммы двух слагаемых! Что же он тогда изобрел? Вы прослушали доклад и наверняка, догадались кому принадлежит бином, запишем тему нашего сегодняшнего занятия - Бином Ньютона. Свойства биноминальных коэффициентов. Ньютон изобрел формулу, которая позволяет возвести сумму двух слагаемых в степень с любым показателем, а не только с показателем равным 2! Невозможно переоценить значение формулы бинома Ньютона при решении пределов функций. Поэтому правильно формула, о которой идет здесь речь, называется Формулой Ньютона для степени бинома. Мы не будем сразу писать эту формулу в общем виде, а вначале как я и обещала обратимся к школьной алгебре! Вспомним из школьного курса что: $(x+y)^2 = (x+y)\cdot(x+y) = x\cdot x + xy + yx + y\cdot y =$ $= x^2 + 2xy + y^2$ Это и есть формула квадрата суммы или формула квадрата двучлена, или формула второй степени бинома! А теперь возведем в третью степень сумму двух слагаемых или раскроем бином третьей степени. Скобки раскрываем аналогично, как всегда использую распределительный закон:	 Определение темы занятия. Объяснение преподавателя.

$$(x+y)^3 = (x+y)(x+y)(x+y) = (x+y)^2(x+y) =$$
$$(x^2+2xy+y^2)(x+y) = x^2(x+y)+2xy(x+y)+y^2(x+y) =$$
$$x^3+x^2y+2x^2y+2xy^2+y^2x+y^3 = x^3+3x^2y+3xy^2+y^3$$

Мы доказали формулу суммы кубов. Она должна быть вам хорошо известна из школьного курса алгебры.

Однако не будем останавливаться на достигнутом, и пойдем дальше, возведем бином в четвертую степень! Но возводить мы будем по - хитрому! Не с нуля, а воспользовавшись предыдущей формулой для третьей степени бинома:

$$(x+y)^4 = (x+y)^3(x+y) = (x^3+3x^2y+3xy^2+y^3)(x+y) =$$
$$= x^4+4x^3y+6x^2y^2+4xy^3+y^4$$

Здесь мы не стали делать подробных раскрытий скобок, а сразу записали результат раскрытия, поскольку вычисления аналогичны тому, как мы это уже проделали дважды.

Хорошо, мы уже добрались до четвертой степени бинома! Но не будем на этом останавливаться и снова возведем в бином, но уже в пятую степень! Что нам стоит дом построить – нарисуем, будем жить!

Ведь сложного то ничего нет, ведь всего лишь для возведения бинома в пятую степень надо умножить результат возведения бинома в четвертую степень на известный нам бином! Вот в чем заключалась гениальная идея Ньютона!

$$(x+y)^5 = (x+y)^4(x+y) = (x^4+4x^3y+6x^2y^2+4xy^3+y^4)(x+y)$$

То есть вместо четвертой степени бинома мы подставляем уже вычисленное ранее его выражение и снова раскрываем скобки, опуская подробные вычисления, поскольку они уже не однократно выполнялись выше при вычислении третьей и второй степени бинома.

$$(x+y)^5 = (x+y)^4(x+y) = (x^4+4x^3y+6x^2y^2+4xy^3+y^4)(x+y) =$$
$$= x^5+5x^4y+10x^3y^2+10x^2y^3+5xy^4+y^5$$

Вы спросите: а сколько же можно так продолжать увеличивать порядок степени возведения бинома? Ответ: до бесконечности можно! Точно также, например при n=100 умножим результат возведения в степень 99 на $x+y$, тогда получим результат возведения в степень 100.

$$(x+y)^{100} = (x+y)^{99}(x+y)$$

Но мы не будем расписывать все это выражение, поскольку после приведения подобных членов оно имеет 101 слагаемое и не уместится в одну строчку, а в десять строчек прочтение будет очень затруднительно!

Но гениальность Ньютона в том и заключалось, что он смог записать эту формулу в общем виде в одну строчку для любого *n*, то есть формулу для

$$(x+y)^n = (x+y)^{n-1}(x+y)$$

Здесь мы делаем простой и гениальный вывод: чтобы получить формулу для n, надо знать эту формулу для *(n-1).* Чтобы знать формулу для *(n-1)* надо получить ее *(n-1)* раз так, как мы это делали для 2,3,4, и 5-й степени, то есть умножали уже известный результат для степени на единицу меньшей заданной степени на степень равную единице!

А теперь напрашивается второй гениальный вывод! А что если все эти действия, которые приводят к формуле бинома для степени n-1 можно записать одним махом?! Тогда можно будет не переписывать *(n-1)* раз фактически одни и те же вычисления для 2, 3, 4, 5, 6,...,n-1 степени бинома, а записать их одной формулой, умножить эту формулу еще раз на первую степень бинома и полностью доказать искомую формулу!

Вот вам и алгоритм рассуждений Ньютона!

Но теперь возникает следующая трудность: как же записать общую формулу для степени бинома, равной *(n-1)?* В этом нам помогут уже доказанные формулы степени бинома, равные 3,4,и 5.

$$(x+y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$$

$$(x+y)^3 = x^3 + 3x^2y + 3xy^2 + y^3$$

$$(x+y)^4 = x^4 + 4x^3y + 6x^2y^2 + 4xy^3 + y^4$$

$$(x+y)^5 = x^5 + 5x^4y + 10x^3y^2 + 10x^2y^3 + 5xy^4 + y^5$$

Очевидно, что коэффициенты крайних слагаемых равны 1, показатели степени - наивысшие и равны самой степени бинома (n). Показатели степени переменных изменяются в обратной зависимости, а вот определить коэффициенты достаточно сложно. Имеет смысл вернуться к определению сочетания из n элементов по m, где

n – степень бинома, а m является номером слагаемого, начиная с 0. Тогда для 3 степени бинома мы получим следующие коэффициенты:

$$C_3^0 = 1; \quad C_3^1 = \frac{3!}{(3-1)!\cdot 1!} = \frac{3!}{2!} = 3; \quad C_3^2 = \frac{3!}{(3-2)!\cdot 2!} = 3; \quad C_3^3 = 1$$

Можно, конечно, привести вывод формулы бинома, но это достаточно сложно и не входит в нашу программу, так что запишем эту формулу и начнем ею пользоваться:

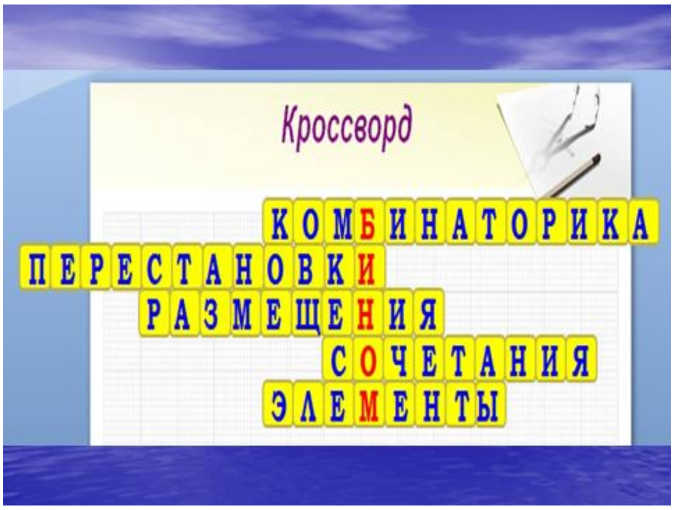
	где - сигма, знак суммы слагаемых от 0 до n. $$(x+y)^n = \sum_{m=0}^{n} C_n^m \cdot x^{n-m} \cdot y^m$$ $$(x+y)^n = C_n^0 x^n + C_n^1 x^{n-1} y + C_n^2 x^{n-2} y^2 + C_n^3 x^{n-3} y^3 + \ldots + C_n^n y^n$$ $$(x-y)^n = C_n^0 x^n - C_n^1 x^{n-1} y + C_n^2 x^{n-2} y^2 - C_n^3 x^{n-3} y^3 + \ldots - C_n^n y^n$$ Если мы имеем бином *(x - y)* ^{n}, то знаки слагаемых чередуются. Давайте обратимся к учебнику и выясним почему в данной формуле используют именно сочетания. Нашли определение? Запишите себе пожалуйста - числа C_m^n называются биноминальными коэффициентами, которые могут быть найдены по формуле: Биноминальные коэффициенты легко находить с помощью *треугольника Паскаля*, но об этом мы с Вами поговорим на следующем занятии, а кто хочет подготовить доклад про этого ученого на следующее занятие (выбираю студента)? Какие же свойства есть у этих биноминальных коэффициентов, найдите их пожалуйста в параграфе и законспектируйте: 1) Число членов получаемого многочлена на единицу больше показателя *m* степени бинома, т.е. равно *m+1*; 2) Показатели степени первого слагаемого бинома последовательно убывают на единицу от *m* до *0*, а показатели второго последовательно возрастают на единицу от *0* до *m*; 3) Биноминальные коэффициенты, равноудаленные от начала и конца разложения по формуле (1), равны между собой.	
4	**Первичное закрепление, подведение итогов** Теперь обратимся к практике и начнём закрепление данной формулы, открываем № 1092, попробуйте у себя в тетрадях решить самостоятельно пример под цифрой 2 по образцу, обращаясь при этом к задаче 1, рассмотренной в параграфе № 64 и мы разберем его на доске.	Проверка усвоения материала по применению новых формул при решении математических задач. Студенты пробуют решить пример по образцу, затем один из студентов

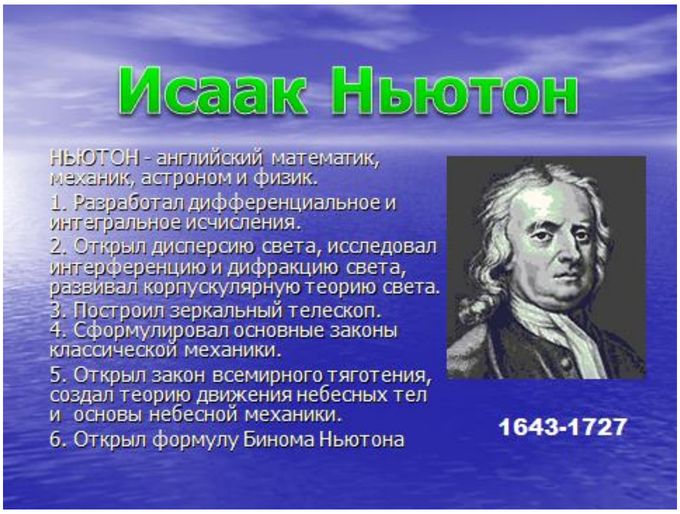
		выходит к доске, преподаватель и группа вместе с ним проверяют правильность решения, после чего решают весь № 1092 под четными цифрами. Преподаватель вызывает к доске студентов по желанию на каждый пример, выставляет оценку и говорит, почему он поставил такую оценку.
5 6	**Заключение** Хотелось бы в заключение рассказать вам о фразеологизме «Подумаешь, бином Ньютона» из великого романа Михаила Булгакова «Мастер и Маргарита» (приглашается студент): Слова Коровьева, которые решил прокомментировать разговор Воланда с буфетчиком Соковым. Буфетчик жалуется на зрителей, которые расплатились с ним фальшивыми деньгами, чем «на сто девять рублей наказали буфет». « - Ну, конечно, это не сумма, - снисходительно сказал Воланд своему гостю, - хотя, впрочем, и она, собственно, вам не нужна. Вы когда умрете? Тут уж буфетчик возмутился. - Это никому не известно и никого не касается, - ответил он. - Ну да, неизвестно, - послышался все тот же дрянной голос (Коровьева) из кабинета, - подумаешь, бином Ньютона! Умрет он через девять месяцев, в феврале будущего года, от рака печени в клинике Первого МГУ, в четвертой палате». Шутливая фраза, применяется по отношению к плевому делу, простой задаче, которую некоторые ошибочно считают непосильной для выполнения или архисложной.	Подведение итогов.

	Подумаешь, Бином Ньютона "Подумаешь, Бином Ньютона" Кот промяукал Бегемот (Он Воланда слуга покорный), Предсказывая жизни ход. Все это только подтверждает Ньютона гений, но давно Бином известен был в Китае, Арабы знали про него. Но обобщил Ньютон решение, Возвёл он в степень многочлен... Избавил нас от всех сомнений Других же нет у нас проблем. Скажите нам совсем без прений Зачем нам нужен тот бином? Комбинаторику явлений Мы без бинома не найдём. **Подведение итогов, рефлексия** Используем метод незаконченных предложений. • Сегодня на уроке я узнал(а) … • Мне оказались непонятны следующие моменты … • Мне понравилось на уроке … • Я понял(а), что надо еще раз посмотреть тему … • Выберете свое эмоциональное состояние на занятии	Приглашается студент прочитать стих. Рефлексия. Студенты рассуждают.
7	**Домашнее задание** Выучить определения, формулу и свойства. Автор Ю.М. Алимов. Учебник 10-11 класс. Стр. 332 №1092 (нечетные)	Постановка задания студентам для самостоятельного повторения и закрепления нового материала

ПРИЛОЖЕНИЕ 1

Презентация к уроку


Кроссворд
КОМБИНАТОРИКА
ПЕРЕСТАНОВКИ
РАЗМЕЩЕНИЯ
СОЧЕТАНИЯ
ЭЛЕМЕНТЫ


Исаак Ньютон
НЬЮТОН - английский математик, механик, астроном и физик.
1. Разработал дифференциальное и интегральное исчисления.
2. Открыл дисперсию света, исследовал интерференцию и дифракцию света, развивал корпускулярную теорию света.
3. Построил зеркальный телескоп.
4. Сформулировал основные законы классической механики.
5. Открыл закон всемирного тяготения, создал теорию движения небесных тел и основы небесной механики.
6. Открыл формулу Бинома Ньютона
1643-1727


Бином Ньютона

В теории многочленов часто двучлены называют *биномами*

- $(a+b)^0=1$
- $(a+b)^1=1\cdot a+1\cdot b$
- $(a+b)^2=1\cdot a^2+2ab+1\cdot b^2$
- $(a+b)^3=1\cdot a^3+3a^2b+3ab^2+1\cdot b^3$
- $(a+b)^4=(a+b)^3\,(a+b)=$

$=1\cdot a^4+4a^3b+6a^2b^2+4ab^3+1\cdot b^4$

- $(a+b)^5=(a+b)^4\,(a+b)=$

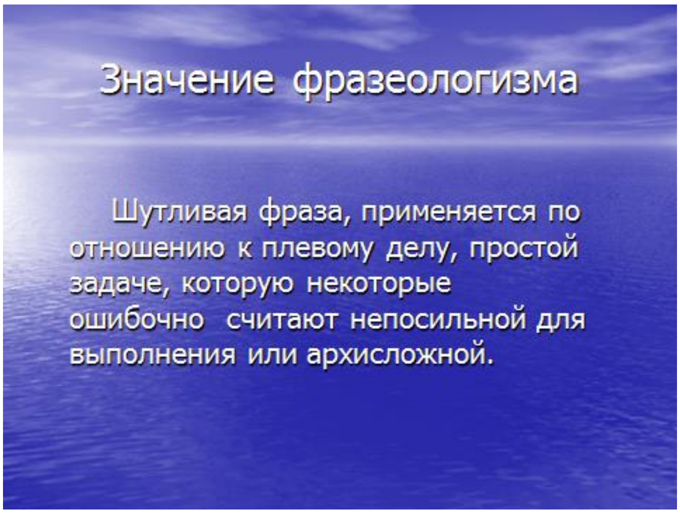
$=1\cdot a^5+5a^4b+10a^3b^2+10a^2b^3+5ab^4+1\cdot b^5$

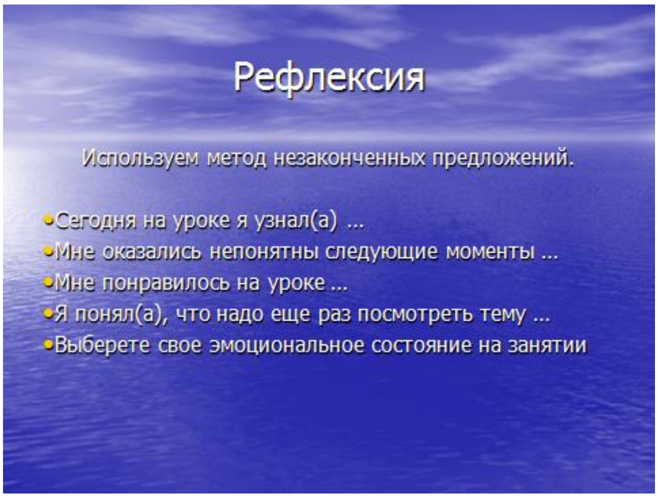
Биномиальная формула Ньютона.

$$(a+b)^n=a^n+C_n^1a^{n-1}b+C_n^2a^{n-2}b^2+\ldots+C_n^ka^{n-k}b^k+\ldots+b^n$$

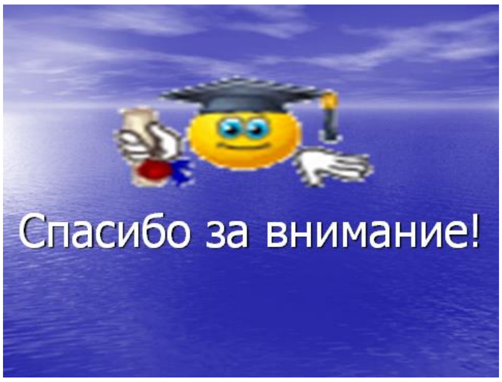
C_n^k -биномиальные коэффициенты

В произведении «Мастер и Маргарита» впервые встречается фразеологизм «Подумаешь, бином Ньютона». Каково его значение?


Значение фразеологизма
Шутливая фраза, применяется по отношению к плевому делу, простой задаче, которую некоторые ошибочно считают непосильной для выполнения или архисложной.


Рефлексия
Используем метод незаконченных предложений.
•Сегодня на уроке я узнал(а) …
•Мне оказались непонятны следующие моменты …
•Мне понравилось на уроке …
•Я понял(а), что надо еще раз посмотреть тему …
•Выберете свое эмоциональное состояние на занятии


Домашнее задание
• Выучить определения, формулу и свойства в конспекте
• Подготовить доклад об ученом – Блез Паскаль
• Автор Ю.М. Алимов. Учебник 10-11 класс. Стр. 332 №1092 (нечетные)
БИНОМ НЬЮТОНА


Спасибо за внимание!